

Title	Determinante 1 ノ Matrix ハ Kommutator
Author(s)	正田, 建次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 69 p.5-p.7
Issue Date	1935-12-06
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74210
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

288. Determinante 1, Matrix の Kommutator

正 田 建 次 郎 (阪大)

Komplexe Zahlen の Element とスル Matrix
ヲ取扱ヒマス。

Determinante は 0 デナイ トスレバ $ABA^{-1}B^{-1}$, Determinante は 勿論 1 デスガ又逆ニ 成立シマス、即チ C ヲ
Determinante 1 の Matrix とスレバ $C = PQQ^{-1}P^{-1}$
ナル Matrix Q, P が存在シマス。

証明。 コノ性質ハ相似変換 (ähnliche Transformation) デ不変デスカラ C が Jordan , Normalform
デ表ハサレテ居ルモノトシマス。 C の 對角線 = 現ハレル数ヲ
 a_1, a_2, \dots, a_n トシマス、コレ等ハ C の Eigenwert
デス。 次ニ コノ n 個ノ数ヲ積ガ 1 = ナルヤヲ = 出來ルダケ細
カク分ケマス、簡單ノ ケメ = a_1, \dots, a_i ヲソノ 1 ツノ組
トシ n 個ノ数 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ ヲ次ノヤヲ = 決定シマス。

$$a_1 \rho_1 = a_2, \quad a_2 \rho_2 = a_3, \quad \dots \quad a_{i-1} \rho_{i-1} = \rho_i$$

$$a_{i+1} \rho_{i+1} = \rho_{i+2}, \quad \dots$$

スル $a_1, a_2, \dots, a_i = 1$ カラ $a_i p_i = p_i = 1$ ナリ

$a_k, \dots, a_{k+j} \neq 0$ カラ p_j がスベテ異ナルコトが分リマ

ス。ソコデ p_1, p_{i+1}, \dots ハ任意ニトレルノデスシ

p_1, \dots, p_i ハ全部異ナルノデスカラ p_1, p_{i+1}, \dots ヲ

ウツクトレバ p_1, p_2, \dots, p_n がスベテ異ナルヤウニスル

コトが出来マス。又 $a_1 p_1, a_2 p_2, \dots, a_n p_n$ ハ全体

トシテハ p_1, p_2, \dots, p_n ト一致スル。 p_1, p_2, \dots, p_n

ヲ *Element* トスル *Diagonalmatrix* ヲ P トスレバ

CP ノ *Eigenwert* ハ $a_i p_i$ 即チ P ノ *Eigenwert* p_i

ト一致シ p_1, p_2, \dots, p_n がスベテ異ナル故 CP ト P トハ

相似ナル、従ツテ

$$CP = PQQ^{-1}, \quad C = PQQ^{-1}P^{-1}$$

ナル *Matrix* Q が存在スル、コレデ証明が出来ヌツケデ

ス、コンナコトハ恐ラク既ニ知ラレテ居ルコトカト思ツタノ

デスガ、私ハ今ミデ知ラナカッタノデ証明シテ見タ次第デ

ス。

コノ事柄ヲ使フト以前學士院記事ニ發表サレタ中野君ノ

論文ノ代數的意味がハッキリシマス。

吾々ノ *Matrix* 全部ハ勿論群ヲ作リマス、ソレヲ O_f

トシマス、 O_f ノ *linear Darstellung* ハ常ニ O_f/L

ノ *Darstellung* デス。コノ L ハ O_f ノ *Kommutator-*
gruppe。

上ノ事柄カラ L ノ *determinante* が 1 ノ *Matrix*

全部ノ群ト一致シマス。故ニ O_f/L ハ O ヲ除イテ Komplexe Zahlen ノナス群ト isomorph デソノ Isomorphismus ハ数ノトソレヲ Determinante トスル Matrix ノ Klasse トヲ對應サセレバ得ラレマス。

従ッテ O_f ノ lineare Darstellungen ノ問題ハ O ナイ複素数ノナス群ノ Darstellungen ノ問題、言ヒカヘレバ

$$f(x)f(y) = f(xy)$$

ナル関係式ヲ満足スル函数 $f(x)$ ヲ決定スル問題ニナリ行列ノ問題ヲ離レルヲケデス。

Determinante ガ 1 ナル Matrix ガ Kommutatorgruppe ヲ作ルコトハ知ラレテ居リマス。ソレハ任意ノ Körper ノ元ヲ分子トスル Matrix ニツイテモ成立シマス。 $n=2$ デ Körper ガ 2 ヲ Element カラナルトキハ例外デス。(van der Waerden, Gruppen von linearen Transformationen 6頁)